

Cálculo

Derivadas



Prof. Me. Flávio Murilo de Carvalho Leal

Instituto Centro de Ensino Tecnológico

Faculdade de Tecnologia do Cariri

Definição Formal de Limite

Seja $f(x)$ uma função definida em um intervalo aberto em torno de $x = a$, exceto possivelmente em a mesmo. Dizemos que o limite de $f(x)$ quando x se aproxima de a é L , e escrevemos

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Considere a função $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. Vamos calcular $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) \\ &= 2 + 2 \\ &= 4.\end{aligned}$$

Portanto, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$.

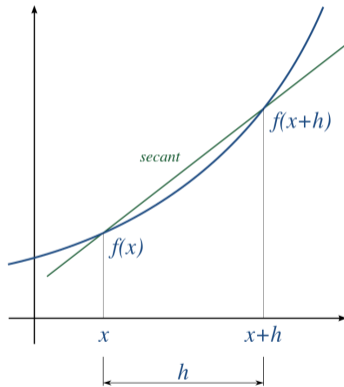
Algumas propriedades importantes dos limites:

1. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
2. $\lim_{x \rightarrow a} [c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$, para qualquer constante c
3. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
4. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, desde que $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$

- ▶ Um limite $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ indica que os valores de $f(x)$ crescem indefinidamente quando x se aproxima de a .

Ex: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$

- ▶ Considere a função $f(x)$.
- ▶ A derivada de $f(x)$, denotada por $f'(x)$, é o coeficiente angular ($m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$) da reta tangente à curva de $f(x)$ nesse ponto.
- ▶ Matematicamente,
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$



Considere a função $f(x) = x^2$.

- ▶ Encontre a derivada de $f(x)$ em $x = 2$.
- ▶ Usando a definição de derivada, temos:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} \\ &= 2x\end{aligned}$$

logo,

$$f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$$

Table: Regras de Derivadas

Função	Derivada
$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x^n	nx^{n-1}
$cf(x)$	$cf'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$
$f(x)g(x)$	$f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$
$f(g(x))$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$
e^x	e^x
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\tan(x)$	$\sec^2(x)$